

## Πρόβλημα

Σε ένα τετραγωνικό περιβόλι πλευράς 10m πρόκειται να χτιστεί μια αποθήκη σχήματος ορθογωνίου, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

A) Να βρεθούν οι διαστάσεις της αποθήκης συναρτήσει του  $x$ , αν γνωρίζετε ότι θα πρέπει να έχει περίμετρο 6m.

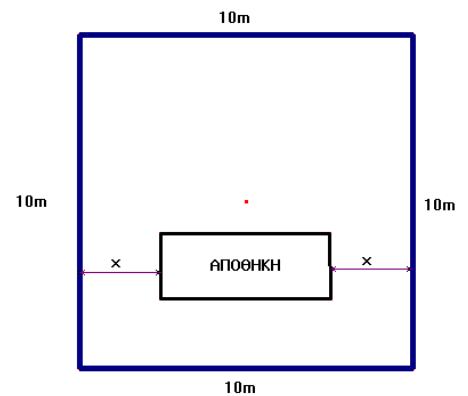
B) Να βρεθεί ο  $x$ , ώστε το εμβαδόν της αποθήκης να γίνει μέγιστο.

Ποιες είναι τότε οι διαστάσεις της αποθήκης;

Γ) Πώς η μεταβολή του  $x$  επηρεάζει το εμβαδόν της αποθήκης;

Δ) Ποιες είναι οι τιμές που μπορεί να πάρει ο  $x$  και ποιες τιμές μπορεί να πάρει το εμβαδόν της αποθήκης;

Ε) Υπάρχουν διαφορετικές τιμές του  $x$  για τις οποίες το εμβαδόν της αποθήκης να είναι το ίδιο;



## Φύλλο Εργασίας για την $y=ax^2$

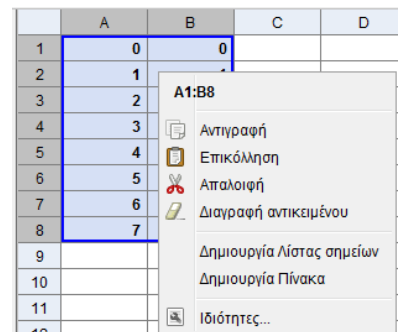
### Δραστηριότητα 1 – Μελέτη της $y=x^2$

1. Συμπληρώστε τον ακόλουθο πίνακα με τις τιμές που λείπουν

x	0	1	2	3	4	5	6	7
$y=x^2$								

#### Κατασκευή

- Από το μενού «Προβολή» του Geogebra επιλέξτε «Προβολή Λογιστικού Φύλλου» και δημιουργήστε τον πίνακα που φαίνεται στη διπλανή εικόνα και αφορά στις τιμές της συνάρτησης  $y=x^2$ .
- Να μεταφέρετε τα σημεία από το «Λογιστικό Φύλλο» στο Γράφημα (Επιλέγοντας τα κελιά A1:B8 του Λογιστικού φύλλου και κάνοντας δεξί κλικ επιλέξτε «Δημιουργία Λίστας Σημείων» όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.)
- Αλλάξτε τη μονάδα κάθε άξονα ώστε να βλέπετε όλα τα σημεία που δημιουργήθηκαν. (Επιλέξτε το εργαλείο της «Μετακίνησης της προβολής των Γραφικών», κάντε κλικ σε κάθε έναν από τους άξονες και σύρτε το ποντίκι κατά μήκος του. Στον άξονα  $y$  να φαίνονται οι μονάδες από -20 έως 100 και στον  $x$  από -10 έως 10).
- Τέλος, επιλέξτε το εργαλείο «Τμήμα μεταξύ δύο σημείων» και δημιουργήστε τα ευθύγραμμα τμήματα που συνδέουν τα σημεία που έχουν δημιουργηθεί στο Γράφημα με φορά από τα αριστερά προς τα δεξιά.



#### Διερεύνηση - Ερωτήσεις

2. Παρατηρώντας το σχήμα που δημιουργήθηκε προσπαθήστε να περιγράψετε τη μορφή της γραφικής παράστασης της  $y=x^2$ . (Μπορείτε να φανταστείτε πώς να την επεκτείνετε για τιμές του  $x$  μεγαλύτερες από 7 και μικρότερες από 0;)


3. Χρησιμοποιώντας το εργαλείο «Νέο σημείο» από την Εργαλειοθήκη, να **σχεδιάσετε σημεία που πιστεύετε ότι βρίσκονται πάνω στη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y=x^2$**



α) για τιμές του  $x$  μεγαλύτερες του 7, και

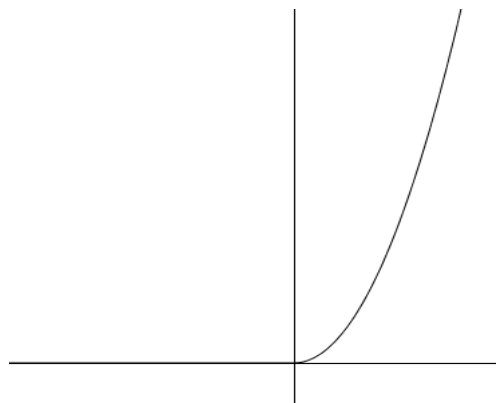
β) για αρνητικές τιμές του  $x$ .

**Επαληθεύστε την ενέργειά σας, δημιουργώντας τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y=x^2$  εισάγοντας τον τύπο της στο πλαίσιο «Εισαγωγή» στο κάτω μέρος του παραθύρου του Geogebra.**

4. Παρατηρώντας τη **νέα μορφή της γραφικής παράστασης της  $y=x^2$**  που παρουσιάζεται στο παράθυρο «Γράφημα», απαντήστε στις ακόλουθες ερωτήσεις:

Ποιες τιμές μπορεί να πάρει το $x$ ;	
Ποιες τιμές παίρνει το $y$ ;	
Υπάρχει μέγιστη τιμή που παίρνει το $y$ ;	
Υπάρχει ελάχιστη τιμή που παίρνει το $y$ ;	
Για ποια τιμή του $x$ ;	
Μπορείτε να περιγράψετε πώς μεταβάλλονται (αυξάνονται ή μειώνονται) οι τιμές του $y$ καθώς αυξάνεται η τιμή $x$ ;	

5. Κατά λάθος σβήστηκε ένα μέρος της γραφικής παράστασης της  $y=x^2$  και οι μονάδες στους άξονες (όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα). Περιγράψτε ένα τρόπο για να σχεδιαστεί και το μέρος που λείπει; Τι συμπεραίνετε;




---



---



---



---



---



---



---



---




---



---

## Δραστηριότητα 2

### Κατασκευή

- Από το μενού «Αρχείο» επιλέξτε «Νέο».
- Με χρήση του εργαλείου του  δρομέα, δημιουργήστε έναν δρομέα, ορίζοντας ως ελάχιστη τιμή το 0, μέγιστη τιμή το 7 και ως αύξηση το 0.5.
- Στο πεδίο Εισαγωγή, που βρίσκεται στο κάτω μέρος του παραθύρου εισάγετε τη συνάρτηση  $y=ax^2$ .  
Κυλήστε το δρομέα ώστε να πάρει διάφορες τιμές από το 0 ως το 7 και προσπαθήστε να προσδιορίσετε τις αλλαγές που συμβαίνουν στη γραφική παράσταση της συνάρτησης καθώς αλλάζουν οι τιμές του.

### Διερεύνηση - Ερωτήσεις

1. Δίνοντας στο δρομέα την κατάλληλη τιμή κάθε φορά, συμπληρώστε τον ακόλουθο πίνακα.

	$y=x^2$	$y=2x^2$	$y=\frac{1}{2}x^2$
Ποιές είναι οι τιμές που μπορεί να πάρει το x;			
Ποιες είναι οι τιμές που παίρνει το y;			
Υπάρχει μέγιστη τιμή που παίρνει το y;			
Υπάρχει ελάχιστη τιμή που παίρνει το y; Για ποια τιμή του x;			
Υπάρχει άξονας συμμετρίας της γραφικής παράστασης και αν ναι ποιος είναι;			

2. Περιγράψτε πώς μεταβάλλονται οι τιμές του y καθώς οι αντίστοιχες τιμές του x αυξάνονται για κάθε μια από τις συναρτήσεις.


A) Προσπαθήστε να προσδιορίσετε ομοιότητες και διαφορές των μεταβολών αυτών για τις τρεις συναρτήσεις.

Ομοιότητες	Διαφορές

B) Πού πιστεύετε ότι οφείλονται οι διαφορές;


### Δραστηριότητα 3

#### Κατασκευή

Αφού επιλέξετε το εργαλείο της μετακίνησης , κάντε δεξί κλικ πάνω στο δρομέα και από το μενού που εμφανίζεται επιλέξτε «Ιδιότητες...». Στο παράθυρο που παρουσιάζεται, ορίστε ως ελάχιστη τιμή του δρομέα το -5, μέγιστο το 5 και αύξηση το 1. Κυλήστε το δρομέα ώστε να πάρει διάφορες τιμές από το -5 ως το 5 και προσπαθήστε να προσδιορίσετε τις αλλαγές που συμβαίνουν στη γραφική παράσταση της συνάρτησης καθώς αλλάζουν οι τιμές του.

#### Διερεύνηση - Ερωτήσεις

1. Δίνοντας στο δρομέα την κατάλληλη τιμή κάθε φορά, συμπληρώστε τον ακόλουθο πίνακα.

	$y=2x^2$	$y=-2x^2$
Ποιες είναι οι τιμές που μπορεί να πάρει το $x$ ;		
Ποιες είναι οι τιμές που παίρνει το $y$ ;		
Υπάρχει μέγιστη τιμή που παίρνει το $y$ ; Για ποια τιμή του $x$ ;		
Υπάρχει ελάχιστη τιμή που παίρνει το $y$ ; Για ποια τιμή του $x$ ;		
Υπάρχει άξονας συμμετρίας της γραφικής παράστασης και αν ναι ποιος είναι;		
Η γραφική παράσταση της $y=2x^2$ είναι συμμετρική προς τη γραφική παράσταση της $y=-2x^2$ ; Αν, ναι ποιος είναι ο άξονας συμμετρίας;		

2. Περιγράψτε πώς μεταβάλλονται οι τιμές του  $y$  καθώς οι αντίστοιχες τιμές του  $x$  αυξάνονται για κάθε μια από τις συναρτήσεις.

A) Προσπαθήστε να προσδιορίσετε ομοιότητες και διαφορές των μεταβολών αυτών για τις δύο αυτές συναρτήσεις.

Ομοιότητες	Διαφορές

B) Πού πιστεύετε ότι οφείλονται οι διαφορές;


**Γενίκευση των συμπερασμάτων  
για την Παραβολή με εξίσωση:  $y = ax^2$**

	$a > 0$	$a < 0$
<b>Πεδίο Ορισμού:</b> Ποιες είναι οι τιμές που μπορεί να πάρει το $x$ ;		
<b>Σύνολο Τιμών:</b> Ποιες είναι οι τιμές που παίρνει το $y$ ;		
<b>Ακρότατα συνάρτησης:</b> Υπάρχει μέγιστη ή/και ελάχιστη τιμή που παίρνει το $y$ ; Για ποια τιμή του $x$ ;		
<b>Κορυφή Παραβολής:</b> Οι συντεταγμένες της κορυφής της γραφικής παράστασης της $y = ax^2$		
<b>Άξονας συμμετρίας</b> της γραφικής παράστασης της $y = ax^2$		
<b>Μονοτονία της συνάρτησης:</b> πώς μεταβάλλονται οι τιμές του $y$ καθώς μεταβάλλονται οι τιμές του $x$ .		